

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – județul Neamț
30 IANUARIE 2010

CLASA a V-a

1. Fie $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ împărțit la } 6, \text{ respectiv la } 8 \text{ dă restul } 5\}$.
- a) Aflați cel mai mic număr natural de trei cifre din mulțimea A .
- b) Aflați restul împărțirii numărului $a = (x-5)(x+4)(x+3)$ la 1152, pentru orice număr $x \in A$.
- Propusă de prof. Ion Diaconu

2. Scrieți numărul 38 ca sumă de 3 pătrate perfecte. Scrieți numărul 38^{2k+1} ca sumă de 3 pătrate perfecte.

3. Pe un ecran este scris numărul 34. După fiecare minut, în locul numărului inițial, se scrie un număr cu 18 mai mare decât produsul cifrelor sale.
- Ce număr va fi scris pe ecran după 2 minute?
- Ce număr va fi scris pe ecran după o zi 9 ore și 30 minute?

4. Se considera tabloul:

1					
2	4				
5	7	9			
10	12	14	16		
17	19	21	23	25	
...

- a) Care este primul număr din rândul 56?
- b) Care este suma numerelor aflate pe rândul 96?
- c) Care dintre numerele 2009 și 2010 se află în tablou și în ce rând se află, dacă este cazul?
- Justificați răspunsul.

Propusă de prof. Ivan Ion și Mihut Ioan

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Timp de lucru: 3 ore

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
30 IANUARIE 2010**

**CLASA a V-a
BAREM**

NU EXISTĂ PUNCT DIN OFICIU

1. Dacă x împărțit la 6, respectiv la 8 dă restul 5, atunci $x = 6c + 5$ și $x = 8d + 5$**1p**
 $x - 5 = 6c = 8d \Rightarrow x - 5$ este multiplu comun al numerelor 6 și 8 ...**1p**
 $\Rightarrow x - 5 = 24k \Rightarrow x = 24k + 5$...**1p**
 \Rightarrow cel mai mic număr natural de trei cifre din mulțimea A este $101 = 24 \cdot 4 + 5$**1p**
 b) $a = (x-5)(x+4)(x+3) = (24k+5-5)(24k+5+4)(24k+5+3) = 24k(24k+9)(24k+8)$
 $= 24k \cdot 3 \cdot 8(8k+3)(3k+1) = 576k(8k+3)(3k+1)$...**2p**
 Pentru k număr par $576k$ este multiplu de 1152, deci numărul a împărțit la 1152 dă restul 0.
 Pentru k număr impar $576(3k+1)$ este multiplu de 1152, deci numărul a împărțit la 1152 dă restul 0. ...**1p**

2. Numărul 38 se poate scrie $38 = 2^2 + 3^2 + 5^2$. **3p**
 $38^{2k+1} = 38 \cdot 38^{2k} = (2^2 + 3^2 + 5^2) \cdot 38^{2k} = 2^2 \cdot 38^{2k} + 3^2 \cdot 38^{2k} + 5^2 \cdot 38^{2k}$ **4p**

3. Pe un ecran este scris numărul 34. După un minut pe ecran este scris numărul $3 \cdot 4 + 18 = 30$.
 După două minute pe ecran este scris numărul $3 \cdot 0 + 18 = 18$**2p**
 După trei minute pe ecran este scris numărul $1 \cdot 8 + 18 = 26$.
 După patru minute pe ecran este scris numărul $2 \cdot 6 + 18 = 30$.
 După cinci minute pe ecran este scris numărul $3 \cdot 0 + 18 = 18$ Afișajul de pe ecran se repetă după fiecare 3 minute. ...**2p**

- O zi 9 ore și 30 minute înseamnă: $24 \cdot 60 + 9 \cdot 60 + 30 = 1440 + 540 + 30 = 2010$ minute. ...**1p**
 $2010 = 3 \cdot 670 + 0$...**1p**
 După 2010 minute pe ecran este scris numărul 26. ...**1p**

4. Se observă că ultimul număr de pe fiecare rând este pătratul numărului rândului:

1						$- 1^2$
2	4					$- 2^2$
5	7	9				$- 3^2$
10	12	14	16			$- 4^2$
17	19	21	23	25		$- 5^2$
...

...**1p**

- a) Ultimul număr din rândul 55 este $55^2 = 3025$. Primul număr de pe rândul 56 este 3026. **1p**
 b) Ultimul număr din rândul 96 este $96^2 = 9216$.
 Ultimul număr din rândul 95 este $95^2 = 9025$...**1p**
 Rândul al 96-lea are următoarele numere: 9026, 9028, 9030, ..., 9216 ...**1p**
 $S = 9026 + 9028 + 9030 + \dots + 9216 = 2(4513 + 4514 + \dots + 4608) = \dots$ **1p**
 c) Ultimul număr din rândul 45 este $45^2 = 2025$. Acest rând are 45 de numere impare, deci pe acest rând este numărul 2009 și nu este numărul 2010. ...**2p**